

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrix. Legyen $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ és $A^n = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{n\text{-szer}}$, bármely $n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Számítsd ki az A . mátrix determinánsát!

5p b) Igazold, hogy $A^2 + A^3 = O_2$.

5p c) Számítsd ki az $A + 2 \cdot A^2 + \dots + 10 \cdot A^{10}$ összeget!

2. Adottak az $f, g \in \mathbb{R}[X]$, $f = (X - 1)^{10} + (X - 2)^{10}$ és $g = X^2 - 3X + 2$ polinomok.

5p a) Bontsd fel a g polinomot irreducibilis tényezők szorzatára az $\mathbb{R}[X]$ halmazon!

5p b) Igazold, hogy az f polinom nem osztható a g polinommal!

5p c) Határozd meg az f polinomnak a g polinommal való osztási maradékát!