

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ és $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok.

5p a) Számítsd ki a B^2 mátrixot, ahol $B^2 = B \cdot B$.

5p b) Igazold, hogy $A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$.

5p c) Igazold, hogy $C^4 = 6^4 \cdot I_2$, ahol $C = B^2 + A^{-1}$ és $C^4 = C \cdot C \cdot C \cdot C$.

2. Adottak az $f = X^3 + aX^2 + X + \hat{1}$ és $g = X + \hat{3}$ polinomok a $\mathbb{Z}_5[X]$ gyűrűben.

5p a) Határozd meg az $a \in \mathbb{Z}_5$ értékét úgy, hogy az f polinom osztható legyen g polinommal!

5p b) Igazold, hogy $a = \hat{1}$ esetén $f = (X + \hat{1})(X^2 + \hat{1})$.

5p c) Oldd meg a $(\mathbb{Z}_5, +, \cdot)$ gyűrűben az $f(x) = \hat{0}$ egyenletet, ha $a = \hat{1}$.