

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 + 2x + 3)e^x$ függvény.

5p **a)** Számítsd ki $f'(x)$ -et, ha $x \in \mathbb{R}$.

5p **b)** Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ határértéket!

5p **c)** Bizonyítsd be, hogy az f' függvény növekvő az \mathbb{R} -en!

2. Adottak az $f, g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x \ln x$ és $g(x) = 2x + \ln x + 1$ függvények.

5p **a)** Igazold, hogy az f függvény a g függvénynek egy primitív függvénye!

5p **b)** Számítsd ki az $\int_1^e f(x) \cdot g(x) dx$ értékét!

5p **c)** Határozd meg az f függvény grafikus képe, az Ox koordinátatengely, valamint az $x=1$ és $x=e$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét!