

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R}^* \right\}$  halmaz és az  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$  mátrix. Jelölje  $X^t$  az  $X$  mátrix transzponáltját.

**5p** a) Számítsd ki az  $A^t \cdot A$  mátrixszorzatot!

**5p** b) Igazold, hogy az  $M$  halmaz bármely  $X = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$  mátrixa esetén  $\det(X \cdot X^t) = (ad - bc)^2$ .

**5p** c) Igazold, hogy ha az  $X = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \in M$  mátrix esetén  $\det(X \cdot X^t) = 0$ , akkor  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

2. A valós számok halmazán értelmezzük az  $x \circ y = xy - x - y + 2$  műveletet.

**5p** a) Igazold hogy a „ $\circ$ ” művelet asszociatív!

**5p** b) Igazold, hogy bármely  $x, y \in (1, +\infty)$  esetén  $x \circ y \in (1, +\infty)$ .

**5p** c) Határozd meg az  $a \in \mathbb{Z}$  számot, ha teljesül az  $x \circ a = a$  egyenlőség bármely  $x \in \mathbb{Z}$  esetén!