

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + e^{-x}$ függvény.

5p a) Számítsd ki: $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Igazold, hogy f csökkenő a $(-\infty, 0]$ intervallumon és növekvő a $[0, +\infty)$ intervallumon!

5p c) Határozd meg az f függvény grafikus képe ferde aszimptotájának egyenletét a $+\infty$ felé!

2. Adott a $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = (x+1)^3 - 3x^2 - 1$ függvény.

5p a) Számítsd ki: $\int_0^1 g(x) dx$.

5p b) Számítsd ki az $a > 1$ valós számot, ha $\int_1^a (g(x) - x^3) \cdot e^x dx = 6e^a$.

5p c) Számítsd ki: $\int_0^1 (3x^2 + 3) \cdot g^{2009}(x) dx$.