

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
II. FELADAT (30p)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ és $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok. Jelölje $X^2 = X \cdot X$.

5p a) Számítsd ki az AB szorzatot!

5p b) Igazold, hogy $(A+B)^2 = (A-B)^2 = A^2 + B^2$.

5p c) Számítsd ki az $(A-B)^2$ mátrix inverzét!

2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = 3xy + 3x + 3y + 2$ műveletet.

5p a) Igazold, hogy $x * y = 3(x+1)(y+1) - 1$, bármely $x, y \in \mathbb{R}$ esetén!

5p b) Határozd meg azokat a valós számokat, amelyekre $(x^2 - 2) * 5 = -1$.

5p c) Számítsd ki: $(-2009) * (-2008) * \dots * (-1) * 0 * 1 * \dots * 2008 * 2009$, ha a „ $*$ ” művelet asszociatív!