

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**  
**II. FELADAT (30p)**

1. Adottak az  $M_a = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  alakú mátrixok, ahol  $a \in \mathbb{R}$ .

5p a) Számítsd ki a  $\det(M_1 + M_2)$  determinánst!

5p b) Számítsd ki az  $M_a^2$  mátrixot, ahol  $M_a^2 = M_a \cdot M_a$ .

5p c) Határozd meg azokat az  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  mátrixokat, melyekre teljesül az  $M_a \cdot X = X \cdot M_a$  egyenlőség, bármely  $a \in \mathbb{R}$  esetén.

2. A  $\mathbb{R}$  halmazon értelmezzük az  $x * y = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$  műveletet.

5p a) Számítsd ki:  $x * 0$ .

5p b) Igazold, hogy a „ $*$ ” művelet asszociatív!

5p c) Igazold, hogy ha  $x_0 \in \mathbb{Q}$  és  $x_n = x_0 * x_{n-1}$ , bármely  $n \in \mathbb{N}^*$  esetén, akkor  $x_3 \notin \mathbb{Q}$ .