

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Adott az
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + az = 1 \\ x + 4y + a^2z = 1 \end{cases}$$
 egyenletrendszer, valamint az $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & a \\ 1 & 4 & a^2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ mátrix.

5p a) Számítsd ki a $\det(A(4))$ determinánst!

5p b) Határozd meg az $a \in \mathbb{R}$ azon értékeit, melyekre az $A(a)$ mátrix invertálható!

5p c) Ha $a \in \mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$, oldd meg az egyenletrendszert!

2. Adott az $f = X^3 + aX^2 - aX - 4$, $f \in \mathbb{R}[X]$ polinom.

5p a) Határozd meg az $a \in \mathbb{R}$ számot úgy, hogy $x_1 + x_2 + x_3 = -2$ legyen, ahol x_1, x_2, x_3 az f polinom valós gyökei!

5p b) Határozd meg az $a \in \mathbb{R}$ számot úgy, hogy az f polinom osztható legyen az $X^2 - 2$ polinommal!

5p c) Határozd meg az $a \in \mathbb{R}$ számot úgy, hogy az f polinomnak legyen egy pozitív racionális gyöke!