

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  és  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  mátrixok. Legyen  $X \cdot X = X^2$ .

5p a) Igazold, hogy  $A = I_3 + B$ .

5p b) Számítsd ki az  $A^2 + B^2$  összeget!

5p c) Határozd meg az  $A^2$  mátrix inverzét!

2. A valós számok halmazán értelmezzük az  $x \circ y = xy + 7(x + y) + 42$  műveletet.

5p a) Számítsd ki:  $\sqrt{2} \circ (-\sqrt{2})$ .

5p b) Igazold, hogy  $x \circ y = (x + 7)(y + 7) - 7$ , bármely  $x, y \in \mathbb{R}$  esetén!

5p c) Oldd meg a valós számok halmazán az  $x \circ x \circ x = x$  egyenletet, ha a ismert, hogy a „ $\circ$ ” művelet asszociatív.