

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**II. FELADAT (30p)**

1. Az  $xOy$  derékszögű koordináta rendszerben adottak az  $O(0,0)$  és  $A_n(n, 2^n)$  pontok,  $n \in \mathbb{N}$ .

5p a) Igazold, hogy az  $O, A_1, A_2$  pontok kollineárisak!

5p b) Hány egyenes megy át legalább két ponton az  $O, A_0, A_1, A_2$  pontok közül?

5p c) Számítsd ki az  $A_n, A_{n+1}, A_{n+2}$  pontok által meghatározott háromszög területét,  $n \in \mathbb{N}$ .

2. Tekintsük a  $G = \{A_x \mid x \in \mathbb{Z}\}$  halmazt, ahol  $A_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ x & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $x \in \mathbb{Z}$ .

5p a) Igazold, hogy  $A_x \cdot A_y = A_{x+y}$ , ahol  $x, y \in \mathbb{Z}$ .

5p b) A  $G$  halmaz a mátrixok szorzásával csoportot alkot. Határozd meg a  $(G, \cdot)$  csoport semleges elemét!

5p c) Igazold, hogy az  $f: \mathbb{Z} \rightarrow G$ ,  $f(x) = A_x$  függvény csoportmorfizmus a  $(\mathbb{Z}, +)$  és  $(G, \cdot)$  csoportok között!