

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Az $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ halmazban tekintsük az $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ és $X(a) = I_2 + aA$ mátrixokat, $a \in \mathbb{R}$.

5p a) Számítsd ki az A^3 mátrixot, ahol $A^3 = A \cdot A \cdot A$.

5p b) Igazold, hogy $X(a) \cdot X(b) = X(a + b + ab)$, bármely $a, b \in \mathbb{R}$ esetén!

5p c) Számítsd ki az $X(1) + X(2) + X(3) + \dots + X(2009)$ összeget!

2. Tekintsük a $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$ gyűrűt, ahol $\mathbb{Z}_6 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}\}$.

5p a) Oldd meg a \mathbb{Z}_6 halmazon a $\hat{2}x + \hat{5} = \hat{1}$ egyenletet!

5p b) Számítsd ki a \mathbb{Z}_6 halmazban az $\begin{vmatrix} \hat{1} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{2} & \hat{3} & \hat{1} \\ \hat{3} & \hat{1} & \hat{2} \end{vmatrix}$ determinánst!

5p c) Oldd meg a \mathbb{Z}_6 halmazon a $\begin{cases} \hat{2}x + y = \hat{4} \\ x + \hat{2}y = \hat{5} \end{cases}$ egyenleterendszert!