

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
II. FELADAT (30p)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ és $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok.

5p a) Igazold, hogy $A = B + I_3$.

5p b) Igazold, hogy az A mátrix invertálható, és határozd meg az A^{-1} mátrixot!

5p c) Határozd meg az a valós számot, ha az $X(a) = I_3 + aA$ mátrix esetén $\det(X(a)) = (2a - 1)^3$.

2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = xy - x - y + 2$ műveletet.

5p a) Igazold, hogy $x * y = (x - 1)(y - 1) + 1$, bármely $x, y \in \mathbb{R}$ esetén!

5p b) Igazold, hogy a „ $*$ ” művelet asszociatív!

5p c) Számítsd ki: $\frac{\sqrt{1}}{2} * \frac{\sqrt{2}}{2} * \dots * \frac{\sqrt{2009}}{2}$.