

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$ függvény.

5p a) Számítsd ki $f'(x)$ -et, ha $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Határozd meg az f függvény szélsőértékpontjait!

5p c) Bizonyítsd be, hogy $f(x) + f(x^3) \geq -2$ bármely $x \in \mathbb{R}$ esetén!

2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$ függvény.

5p a) Számítsd ki az $\int_0^1 f(x) dx$ értékét!

5p b) Számítsd ki az $\int_0^1 e^x f(x) dx$ értékét!

5p c) Határozd meg p valós számot úgy, hogy a $h: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = f(px)$, $\forall x \in [0,1]$ függvény grafikus képének Ox koordinátatengely körüli forgatása által meghatározott forgástest térfogata bármely minimális legyen!