

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^4}{4} - \ln x$ függvény.

5p **a)** Számítsd ki $f'(x)$ -et, ha $x \in (0, \infty)$.

5p **b)** Határozd meg az f függvény szélsőértékpontját!

5p **c)** Bizonyítsd be, hogy $\ln \sqrt{x} \leq \frac{x^2 - 1}{4}$ bármely $x \in (0, +\infty)$ esetén!

2. Adott az $I_n = \int_1^2 x^n e^x dx$, $n \in \mathbb{N}$ integrál.

5p **a)** Számítsd ki: I_0 .

5p **b)** Igazold, hogy $I_1 = e^2$.

5p **c)** Igazold, hogy $(n+1)I_n + I_{n+1} = e(2^{n+1}e - 1)$ bármely $n \in \mathbb{N}$ esetén!