

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
II. FELADAT (30p)

1. Adott a $\begin{cases} 2x + ay + z = 0 \\ x + y + z = 0 \\ x - y + 2z = 0 \end{cases}$ egyenleterendszer, ahol a valós szám, és $A = \begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ a rendszer mátrixa.

5p a) Számítsd ki $a = 0$ esetén az A^2 mátrixot, ahol $A^2 = A \cdot A$.

5p b) Határozd meg azokat az a valós számokat, amelyekre az A mátrix invertálható!

5p c) Oldd meg az egyenletrendszert a valós számok halmazán, ha $a \in \mathbb{R} \setminus \{4\}$.

2. A $p, q \in \mathbb{Z}$ számok esetén értelmezzük az egész számok halmazán $x * y = px + y + 2$ és $x \circ y = x + y - 2$ műveleteket, valamint az $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = 3x + q$ függvényt.

5p a) Határozd meg a p egész számot úgy, hogy a „ $*$ ” művelet kommutatív legyen!

5p b) Oldd meg az egész számok halmazán az $(x * x) \circ (x * x) = x^2 + 2$ egyenletet, ha $p = 1$.

5p c) Határozd meg a q egész számot úgy, hogy az f függvény morfizmus legyen a $(\mathbb{Z}, *)$ és (\mathbb{Z}, \circ) csoportok között, ha $p = 1$.