

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Az $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ halmazban adottak az $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $A^t = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ mátrixok.

5p a) Számítsd ki az a, b, c, d egész számokat, ha $A + 2I_2 = O_2$.

5p b) Számítsd ki a $B = A - A^t$ mátrix determinánsát!

5p c) Igazold, hogy ha $A + A^t = 2I_2$, akkor az $A - A^t$ mátrix determinánsa egy 4-gyel osztható szám.

2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = (x - 4)(y - 4) + 4$ műveletet.

5p a) Határozd meg a művelet semleges elemét!

5p b) Oldd meg a valós számok halmazán az $x \circ x \circ x = x$ egyenletet!

5p c) Adj példát olyan $a, b \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ számokra, amelyek esetén $a \circ b \in \mathbb{N}$.