

**III. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{e^x}{x}$  függvény.

5p a) Igazold, hogy  $f'(x) = \frac{e^x(x-1)}{x^2}$ , bármely  $x > 0$  esetén!

5p b) Határozd meg a  $f$  függvény grafikus képe függőleges aszimptotájának egyenletét!

5p c) Bizonyítsd be, hogy  $e^x \geq ex$ , bármely  $x > 0$  esetén!

2. Adott az  $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + \frac{2}{x}$  függvény.

5p a) Határozd meg az  $f$  függvény primitív függvényeinek halmazát!

5p b) Számítsd ki az  $f$  függvény grafikus képének  $Ox$  koordinátatengely körüli forgatása által meghatározott forgástest térfogatát!

5p c) Számítsd ki az  $\int_1^2 f(x) \cdot \ln x \, dx$  értékét!