

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $f(A) = A + A^t$ összefüggéssel értelmezett $f: \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ függvény, ahol A^t az A mátrix transzponáltja.

5p a) Számítsd ki az $f(I_2)$ mátrixot!

5p b) Igazold, hogy $(A + B)^t = A^t + B^t$, bármely $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ esetén!

5p c) Határozd meg azokat az $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixokat, melyekre $\det A = 1$ és $f(A) = O_2$, ahol $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Adott az $x^4 - ax^3 - ax + 1 = 0$ egyenlet, melynek megoldásai x_1, x_2, x_3, x_4 , ahol $a \in \mathbb{R}$.

5p a) Határozd meg az $a \in \mathbb{R}$ számot, ha $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5$.

5p b) Ha $a = 1$, határozd meg az egyenlet valós megoldásait!

5p c) Határozd meg az a egész szám azon értékeit, amelyekre az egyenletnek legalább egy megoldása egész szám!