

**III. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 + \frac{3}{x}$  függvény.

5p a) Számítsd ki  $f'(x)$ -et, ha  $x \in \mathbb{R}^*$ .

5p b) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$  határértéket!

5p c) Határozd meg az  $f$  függvény monotonitási intervallumait!

2. Adott az  $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x\sqrt{2-x^2}$  függvény.

5p a) Számítsd ki az  $f$  függvény grafikus képének  $Ox$  koordinátatengely körüli forgatása által meghatározott forgástest térfogatát!

5p b) Számítsd ki az  $\int_0^1 f(x) dx$  értékét!

5p c) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x^2}$  határértéket!