

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**  
**II. FELADAT (30p)**

1. Az  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  halmazban adott az  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  és az  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  mátrix. Jelölje  $A^2 = A \cdot A$ .

**5p** a) Számítsd ki az  $A^2$  mátrixot!

**5p** b) Igazold, hogy  $A^2 = (a + d)A - (ad - bc)I_2$ .

**5p** c) Igazold, hogy ha  $a + d \neq 0$  és az  $M \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  mátrix esetén  $A^2M = MA^2$ , akkor  $AM = MA$ .

2. Adott az  $f \in \mathbb{R}[X]$ ,  $f = X^3 - 2X^2 + aX + b$  polinom, melynek gyökei  $x_1, x_2, x_3$ .

**5p** a) Ha  $a = 1$  és  $b = 0$ , számítsd ki az  $x_1, x_2, x_3$  gyököket!

**5p** b) Ha  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 2$  igazold, hogy  $a = 1$ .

**5p** c) Határozd meg az  $a$  és  $b$  valós számokat, ha  $f = (X - x_1^2)(X - x_2^2)(X - x_3^2)$ .