

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
II. FELADAT (30p)

1. Az $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ halmazban adott az $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ és az $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix. Jelölje

$X^n = \underbrace{X \cdot X \cdot \dots \cdot X}_{n\text{-szer}}$ bármely $n \in \mathbb{N}^*$ esetén.

5p a) Számítsd ki az X^2 mátrixot!

5p b) Határozd meg az X mátrix inverzét!

5p c) Határozd meg az r valós számot úgy, hogy teljesüljön az $X^3 = 3X^2 + rX + I_3$ egyenlőség!

2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = 2^{x+y}$ műveletet.

5p a) Számítsd ki: $2009 \circ (-2009)$.

5p b) Oldd meg az \mathbb{R} halmazban az $x \circ x^2 = 64$ egyenletet!

5p c) Igazold, hogy ha $(x \circ y) \circ z = 2^{z+1}$, akkor $x = -y$.