

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
II. FELADAT (30p)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, $f(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & 2x^2 + 2x \\ 0 & 1 & 4x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ függvény.

5p a) Számítsd ki az $f(0) + f(1)$ összeget!

5p b) Igazold, hogy $f(1) \cdot f(-1) = I_3$, ahol $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p c) Igazold, hogy $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$, bármely $x, y \in \mathbb{R}$ esetén!

2. Adott a $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$ gyűrű, ahol $\mathbb{Z}_6 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}\}$.

5p a) Oldd meg a \mathbb{Z}_6 gyűrűben az $\hat{2}x + \hat{5} = \hat{1}$ egyenletet!

5p b) Számítsd ki a $\begin{vmatrix} \hat{1} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{2} & \hat{3} & \hat{1} \\ \hat{3} & \hat{1} & \hat{2} \end{vmatrix}$ determinánst \mathbb{Z}_6 -ban!

5p c) Oldd meg a $\begin{cases} \hat{2}x + y = \hat{4} \\ x + \hat{2}y = \hat{5} \end{cases}$ egyenletrendszert, ahol $x, y \in \mathbb{Z}_6$.