

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x - x + 1$ függvény.

5p **a)** Számítsd ki $f'(x)$ -et, ha $x \in (0, \infty)$.

5p **b)** Határozd meg az f függvény szélsőértékpontját!

5p **c)** Igazold, hogy $2 - e \leq f(2) \leq 0$.

2. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x-1, & x \geq 1 \\ -x+1, & x < 1 \end{cases}$ függvény.

5p **a)** Számítsd ki az $\int_1^2 f(x) dx$ értékét!

5p **b)** Határozd meg az $a \in (0, 1)$ számot, ha $\int_{-a}^a f(x) dx = 1$.

5p **c)** Számítsd ki: $\int_0^1 x f(e^x) dx$.