

III. FELADAT (30p)

- 5p** 1. a) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{3x^2 - 4x + 1}$ határértéket!
- 5p** b) Határozd meg az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4 - 6x^2 + 18x + 12$ függvény konvexitási és konkavitási intervallumait.
- 5p** c) Adott a $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = (x^2 - 1) \ln x$ függvény. Igazold, hogy $g(x) \geq 0$, bármely $x \in (0; +\infty)$ esetén!
2. Adott az $f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ \frac{1}{x+1} - \sqrt{x}, & x \geq 0 \end{cases}$ függvény.
- 5p** a) Igazold, hogy az f függvénynek van primitív függvénye az \mathbb{R} -en!
- 5p** b) Számítsd ki az $\int_0^1 f(x) dx$ értékét!
- 5p** c) Számítsd ki a $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = -x f(x^2)$ függvény grafikonja, az Ox koordinátatengely, valamint az $x=0$ és $x=1$ egyenesek által határolt síkidom területét!