

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - x - 1$ függvény.

5p a) Számítsd ki a $f'(x)$ -et, ha $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{f''(x)}$ határértéket!

5p c) Igazold, hogy $e^{\sqrt{2009}} + \sqrt{2010} \leq e^{\sqrt{2010}} + \sqrt{2009}$.

2. Adottak az $f, g: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3}{x+1}$ és $g(x) = f''(x)$ függvények.

5p a) Számítsd ki az $\int_0^2 (x+1)f(x) dx$ értékét!

5p b) Számítsd ki az $\int_0^1 g(x) dx$ értékét!

5p c) Határozd meg a g függvény azon primitív függvényét, amelynek az aszimptotája a $+\infty$ felé az $y = 2x$ egyenletű egyenes.