

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x$ függvény.

5p a) Számítsd ki $f'(x)$ -et, ha $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ határértéket!

5p c) Bizonyítsd be, hogy az f függvény növekvő az \mathbb{R} -en!

2. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \frac{1}{x}$ függvény.

5p a) Számítsd ki: $\int f(x) dx$, ha $x > 0$.

5p b) Számítsd ki a $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$, $x \in [1, 2]$ függvény grafikus képének Ox koordinátatengely körüli forgatása által meghatározott forgástest térfogatát!

5p c) Számítsd ki az $\int_1^e f(x) \ln x dx$ értékét!