

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \cdot e^x$ függvény.

5p a) Igazold, hogy $f'(x) = (x+1) \cdot e^x$, bármely $x \in \mathbb{R}$ esetén!

5p b) Határozd meg az f függvény konvexitási és konkavitási intervallumait.

5p c) Határozd meg a f függvény grafikus képe $-\infty$ felé mutató vízszintes aszimptotájának egyenletét!

2. Adottak az $f_n: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \frac{x^n + x + 2}{x+1}$ függvények, bármely $n \in \mathbb{N}^*$ esetén.

5p a) Számítsd ki: $\int x \cdot f_1(x) dx$.

5p b) Számítsd ki az $\int_0^1 f_2(x) dx$ értékét!

5p c) Igazold, hogy az f_{2008} függvény grafikus képe, az Ox koordinátatengely, valamint az $x=0$ és $x=1$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területe kisebb vagy egyenlő mint 2.