

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $a, b, c \in \mathbb{R}^*$ és az $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 2a & 2b & 2c \\ 3a & 3b & 3c \end{pmatrix}$ mátrix.

5p a) Határozd meg az A mátrix rangját!

5p b) Igazold, hogy létezik $d \in \mathbb{R}$ úgy, hogy $A^2 = dA$.

5p c) Igazold, hogy léteznek a $K \in M_{3,1}(\mathbb{R})$ és $L \in M_{1,3}(\mathbb{R})$ mátrixok úgy, hogy $A = K \cdot L$.

2. Adott az $a = \sqrt{3} - i \in \mathbb{C}$ komplex szám és az $f \in \mathbb{Q}[X]$, $f = X^4 - 4X^2 + 16$ polinom.

5p a) Igazold, hogy $f(a) = 0$.

5p b) Határozd meg az f polinom gyökeit!

5p c) Igazold, hogy az f polinom irreducibilis $\mathbb{Q}[X]$ -ben!