

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  mátrix.

**5p** a) Oldd meg a  $\det(I_3 + xA^2) = 0, x \in \mathbb{R}$  egyenletet!

**5p** b) Határozz meg egy olyan  $B \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  mátrixot, amelyre teljesül a  $B^2 = A$  egyenlőség!

**5p** c) Igazold, hogy  $\forall C \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}), \forall x \in \mathbb{R}$  esetén  $\det(C + xA)\det(C - xA) \leq (\det C)^2$ .

2. Adott a  $p = X^3 - X + m$  polinom,  $m \in \mathbb{R}$ , amelynek gyökei  $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ .

**5p** a) Számítsd ki az  $x_1, x_2, x_3$  gyököket, ha  $m = -6$ .

**5p** b) Számítsd ki az  $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4$  összeget!

**5p** c) Határozd meg  $m \in \mathbb{R}$  azon értékét, amelyre a  $p$  polinom minden gyöke egész szám!