

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f : \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$ függvény.

5p a) Határozd meg az f függvény grafikus képének aszimptotáit!

5p b) Igazold, hogy az f függvénynek nincsenek helyi szélsőérték-pontjai!

5p c) Számítsd ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n))^{n^2}$, $n \in \mathbb{N}^*$ határértéket!

2. Adott az $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$, $I_n = \int_1^2 \frac{x^n}{x^n + 1} dx$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ sorozat.

5p a) Számítsd ki az I_1 értékét!

5p b) Igazold, hogy $I_n \leq 1$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ esetén!

5p c) Számítsd ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$ határértéket!