

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{ax+b}{\sqrt{x^2+x+1}}$ függvény, ahol $a, b \in \mathbb{R}$.

5p a) Számítsd ki: $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Igazold, hogy az f függvény akkor és csak akkor szigorúan növekvő \mathbb{R} -en,
ha $a = 2b > 0$.

5p c) Ha $b = 1$ és $a = 2$ határozd meg az f függvény értékeinek halmazát!

2. Adott az $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \int_0^x e^{\arcsin t} dt$ függvény.

5p a) Igazold, hogy az f függvény szigorúan monoton!

5p b) Igazold, hogy: $f(x) = \int_0^{\arcsin x} e^t \cos t dt, \forall x \in [-1, 1]$.

5p c) Határozd meg $f(1)$ értékét!