

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

- II. FELADAT (30p)**
- 1.** Adott az 
$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x - y + z = 1 \\ 7x - y + az = b \end{cases}$$
 egyenletrendszer, ahol  $a$  és  $b$  valós paraméterek.
- 5p** a) Határozd meg azon  $a \in \mathbb{R}$  számot, amelyre a rendszer determinánsának értéke zéró!
- 5p** b) Határozd meg az  $a, b \in \mathbb{R}$  paraméterek azon értékeit, amelyekre a rendszer inkompatibilis!
- 5p** c) Igazold, hogy végtelen sok olyan  $a$  és  $b$  szám létezik, amelyekre a rendszer  $(x, y, z)$  megoldása esetén az  $x, y, z$  számok egy számtani haladványt alkotnak!
- 2.** Adott a  $G = \left\{ X(t) = \begin{pmatrix} \cos t & \sin t \\ -\sin t & \cos t \end{pmatrix} \middle| t \in \mathbb{R} \right\}$  halmaz.
- 5p** a) Igazold, hogy  $X(t) \cdot X(u) = X(t+u)$ ,  $\forall t, u \in \mathbb{R}$  esetén!
- 5p** b) Ha  $X(t) \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ , határozd meg a  $t \in \mathbb{R}$  szám értékét!
- 5p** c) Igazold, hogy a  $G$  halmaz a mátrixok szorzásával Ábel-féle csoportot alkot!