

Ministerul Educatiei, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 2x + 1} - \sqrt[3]{x^3 - x + 1}$ függvény.

5p a) Határozd meg az f függvény grafikus képéhez az $x = 0$ abszcisszájú pontban húzott érintő egyenletét!

5p b) Igazold, hogy a függvény grafikus képének van aszimptotája $+\infty$ -ben!

5p c) Számítsd ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{f(1) + f(2) + \dots + f(n)}{n} \right)^n$ határértéket!

2. Adottak az $f_n: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \int_{\frac{1}{e}}^x t^n \ln t \, dt$, $n \in \mathbb{N}^*$ függvények.

5p a) Számítsd ki $f_1(e)$ értékét!

5p b) Igazold, hogy az f_n függvények csökkenőek a $(0,1)$ intervallumon!

5p c) Számítsd ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(1)$ határértéket!