

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adottak az $e, \alpha \in S_3$ permutációk, $e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

5p a) Számítsd ki az α^3 permutációt!

5p b) Oldd meg az $\alpha^{2009} \cdot x = e$ egyenletet, ahol $x \in S_3$.

5p c) Igazold, hogy az S_3 halmaz összes permutációjának szorzata egy páratlan permutáció, függetlenül a tényezők sorrendjétől!

2. Adott a $\mathbb{Z}[i] = \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ gyűrű.

5p a) Adj példát egy olyan z komplex számra, amelyre $z \notin \mathbb{Z}[i]$ és $z^2 \in \mathbb{Z}[i]$.

5p b) Határozd meg a $\mathbb{Z}[i]$ gyűrű invertálható elemeit!

5p c) Igazold, hogy a $H = \{(m+n) + (m-n)i \mid m, n \in \mathbb{Z}\}$ halmaz a $\mathbb{Z}[i]$ halmaz zárt részhalmaza, a szorzás műveletre vonatkozóan!