

**III. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 3x^2 - 4}$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$  függvény.

5p a) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képének ferde aszimptotáját a  $+\infty$ -ben!

5p b) Igazold, hogy  $f^2(x) f'(x) = x^2 + 2x$ ,  $\forall x \in \mathbb{R} - \{-2, 1\}$  esetén!

5p c) Számítsd ki az  $f$  függvény jobb- és baloldali deriváltjait az  $x_0 = -2$  pontban!

2. Adott az  $F_n: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F_n(x) = \int_0^x t^n e^{-t} dt$ ,  $x > 0$  függvény, ahol  $n \in \mathbb{N}^*$ .

5p a) Határozd meg az  $F_1(x)$  függvényt, ahol  $x > 0$ .

5p b) Határozd meg az  $F_n$  függvény grafikus képének inflexiós pontjait!

5p c) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow \infty} F_2(x)$  határértéket!