

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az
$$\begin{cases} x + ay + (b + c)z = 0 \\ x + by + (c + a)z = 0 \\ x + cy + (a + b)z = 0 \end{cases}$$
 valós együtthatós lineáris egyenletrendszer.

5p a) Számítsd ki a rendszer mátrixának determinánsát!

5p b) Igazold, hogy bármely $a, b, c \in \mathbb{R}$ esetén a rendszernek van a triviálistól különböző megoldása!

5p c) Oldd meg az egyenletrendszert, ha $a \neq b$ és az $(1, 1, 1)$ számhármass megoldása az egyenletrendszernek!

2. Adott a $G = \left\{ \begin{pmatrix} x & iy \\ iy & x \end{pmatrix} \mid x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \neq 0 \right\}$ halmaz.

5p a) Igazold, hogy G zárt részhalmaza az $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ halmaznak a mátrixok szorzására vonatkozóan!

5p b) Igazold, hogy (G, \cdot) kommutatív csoport!

5p c) Igazold, hogy az $f: (\mathbb{C}^*, \cdot) \rightarrow (G, \cdot), f(x + iy) = \begin{pmatrix} x & iy \\ iy & x \end{pmatrix}, \forall x, y \in \mathbb{R}$ függvény csoportizomorfizmus!