

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrix és az $f : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbb{R}), f(X) = AX$ függvény.

5p a) Igazold, hogy $f(A) = I_2$.

5p b) Igazold, hogy $f(X + f(X)) = X + f(X), \forall X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ esetén!

5p c) Igazold, hogy az f függvény bijektív!

2. Adott az $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix és az $M = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid AX = XA\}$ halmaz.

5p a) Ha $X, Y \in M$, igazold, hogy $XY \in M$.

5p b) Igazold, hogy a $G = \{X \in M \mid \det X \neq 0\}$ halmaz a mátrixok szorzásával csoportot alkot!

5p c) Határozd meg a b) alpontban értelmezett G csoport másodrendű elemeit!