

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $f : \mathbb{R} \setminus \{\sqrt{3}\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-x}$  függvény és az  $(a_n)_{n \geq 1}$  sorozat úgy, hogy  $a_1 = 2$  és  $a_{n+1} = f(a_n), \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

5p a) Igazold, hogy az  $f$  függvény szigorúan növekvő a  $(-\infty, \sqrt{3})$  és  $(\sqrt{3}, \infty)$  intervallumokon!

5p b) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képének aszimptotáit!

5p c) Igazold, hogy az  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  sorozat nem konvergens!

2. Adottak az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^{-x^2}$  és  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = \int_0^x f(t)dt$  függvények.

5p a) Határozd meg a  $F$  függvény grafikus képének inflexiós pontjait!

5p b) Számítsd ki az  $\int_0^1 xf(x)dx$  értékét!

5p c) Számítsd ki az  $\int_0^1 F(x)dx$  értékét!