

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  mátrix és az  $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ b & a & 0 \\ c & b & a \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{C} \right\}$  mátrixhalmaz.

**5p** a) Számítsd ki az  $A^3$  mátrixot!

**5p** b) Ha  $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{C})$  és  $AX = XA$ , igazold, hogy  $X \in M$ .

**5p** c) Igazold, hogy az  $X^2 = A$  egyenletnek nincs megoldása az  $\mathcal{M}_3(\mathbb{C})$  halmazban!

2. Adott az  $f = aX^4 + bX + c$  polinom,  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ .

**5p** a) Igazold, hogy az  $f(3) - f(1)$  szám páros!

**5p** b) Igazold, hogy bármely  $x, y \in \mathbb{Z}$  esetén az  $f(x) - f(y)$  szám osztható az  $x - y$  számmal!

**5p** c) Határozd meg az  $f$  polinom együtthatóit, ha  $f(1) = 4$  és  $f(b) = 3$ .