

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ mátrix és legyen $B = A + A^t$, ahol A^t az A mátrix transzponáltja.

5p a) Igazold, hogy $B^t = B$

5p b) Ha $B = 2I_2$, igazold, hogy $\det(A) \geq 1$.

5p c) Ha $x, y \in \mathbb{C}$ és az $xA + yA^t$ mátrix invertálható, igazold, hogy $x + y \neq 0$.

2. Adott az $x^3 + px + q = 0$, $p, q \in \mathbb{R}$ egyenlet, amelynek megoldásai az x_1, x_2, x_3 komplex számok.

5p a) Számítsd ki x_1, x_2, x_3 értékeit, ha $p = 1$ és $q = 0$.

5p b) Határozd meg p és q értékét, ha $x_1 = 1 + i$.

5p c) Igazold, hogy $12(x_1^7 + x_2^7 + x_3^7) = 7(x_1^3 + x_2^3 + x_3^3)(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^2$.