

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az
$$\begin{cases} mx + y + z = 0 \\ x + 3y + 2z = 0 \\ -x - y + 4z = 0 \end{cases}$$
 egyenletrendszer, $m \in \mathbb{R}$.

5p a) Határozd meg az $m \in \mathbb{R}$ azon értékeit, amelyekre a rendszer mátrixának determinánsa zérótól különböző szám!

5p b) Határozd meg $m \in \mathbb{R}$ értékét úgy, hogy a rendszernek legyen legalább két megoldása!

5p c) Határozd meg $m \in \mathbb{R}$ azon értékét, amelyre a $d_1 : mx + y + 1 = 0$, $d_2 : x + 3y + 2 = 0$, $d_3 : -x - y + 4 = 0$ egyenesek összefutók!

2. Adott a $H = \left\{ \begin{pmatrix} m & n \\ \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix} \mid m, n \in \mathbb{Z}_5, m = \pm \hat{1} \right\}$ halmaz.

5p a) Ha $A = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{1} \\ \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix}$ és $B = \begin{pmatrix} \hat{4} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix}$, igazold, hogy $B \cdot A = A^{-1} \cdot B$.

5p b) Igazold, hogy (H, \cdot) egy tízelemű csoport a mátrixok szorzására vonatkozóan!

5p c) Határozd meg a H csoport másodrendű elemeinek számát!