

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ mátrix.

5p a) Számítsd ki az A^3 mátrixot!

5p b) Határozd meg az $I_3 + A + A^t$ mátrix rangját!

5p c) Határozd meg az $I_3 + A$ mátrix inverzét!

2. Adottak az $a, b \in \mathbb{R}$ számok és az $f = X^3 + 4aX^2 + 20X + b$ polinom, amelynek gyökei $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

5p a) Határozd meg az x_1, x_2, x_3 gyököket, ha $a = 2$ és $b = 0$.

5p b) Igazold, hogy $(x_1 - x_2)^2 + (x_1 - x_3)^2 + (x_2 - x_3)^2 = 8(4a^2 - 15)$.

5p c) Határozd meg a, b értékeit úgy, hogy az f polinomnak a $-a$ szám kétszeres gyöke legyen!