

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

- 1.** A harmadrendű permutációk  $S_3$  halmazában adott a  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  permutáció.
- 5p** a) Igazold, hogy  $\sigma$  páros permutáció!
- 5p** b) Határozd meg az összes  $x \in S_3$  permutációt, amelyekre  $x\sigma = \sigma x$ .
- 5p** c) Oldd meg az  $x^2 = \sigma$  egyenletet, ahol  $x \in S_3$ .
- 2.** Adott az  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$  mátrix és a  $G = \{ X(a) = I_2 + aA \mid a \in \mathbb{R} \setminus \{-1\} \}$  halmaz.
- 5p** a) Igazold, hogy  $\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$  esetén  $X(a)X(b) = X(ab + a + b)$ .
- 5p** b) Igazold, hogy  $(G, \cdot)$  kommutatív csoport, ahol a „ $\cdot$ ” művelet a mátrixok szorzása!
- 5p** c) Határozd meg  $t \in \mathbb{R}$  értékét úgy, hogy teljesüljön az  $X(1)X(2)\dots X(2009) = X(t-1)$  egyenlőség!