

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT ( 30p)**

1. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x - x$  függvény.

**5p** a) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képén azt a pontot, amelyben az érintő párhuzamos az első szögfelezővel!

**5p** b) Igazold, hogy az  $f$  függvény minimális értéke 1.

**5p** c). Igazold, hogy a  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \sqrt{f(x) - 1}$  függvény nem deriválható az  $x_0 = 0$  pontban!

2. Adottak az  $f : (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \int_2^x \frac{t^2}{t^2 - 1} dt$  és  $g : (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \int_0^{\ln \frac{x^2 - 1}{3}} \sqrt{3e^t + 1} dt$  függvények.

**5p** a) Számítsd ki  $f(3)$  értékét!

**5p** b) Igazold, hogy :  $g'(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$ ,  $\forall x \in (1, \infty)$ .

**5p** c) Igazold, hogy  $g(x) = 2f(x)$ ,  $\forall x \in (1, \infty)$  esetén!