

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  és  $M_x = \frac{x}{3}A + \frac{1}{3x^2}B$ ,  $x \in \mathbb{R}^*$  mátrixok.

5p a) Számítsd ki az  $AB$  mátrixot!

5p b) Igazold, hogy  $M_x M_y = M_{xy}$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{R}^*$  esetén!

5p c) Igazold, hogy bármely  $x$  nem nulla valós szám esetén  $\det(M_x) \neq 0$ .

2. Adott a  $p = X^4 - aX^3 - aX + 1$ ,  $a \in \mathbb{R}$  polinom, amelynek gyökei  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$

5p a) Igazold, hogy  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$ .

5p b) Igazold, hogy a  $p$  polinom egyetlen  $a$  értékre sem osztható az  $X^2 - 1$  polinommal!

5p c) Ha  $a = \frac{1}{2}$ , igazold, hogy a polinom minden gyökének modulusza 1.