

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{N} \right\}$ halmaz és az $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \in M$ mátrix.

5p a) Az M halmaz hány darab mátrixában 1 az elemek összege?

5p b) Igazold, hogy $A^{-1} \notin M$.

5p c) Határozd meg az összes $B \in M$ invertálható mátrixot, amelyre $B^{-1} \in M$.

2. Az $x^4 - 8x^3 + ax^2 + 8x + b = 0$, $a, b \in \mathbb{R}$ egyenlet megoldásai $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$.

5p a) Igazold, hogy $(x_1 + x_4)(x_2 + x_3) + x_1x_4 + x_2x_3 + (x_1 + x_4)x_2x_3 + (x_2 + x_3)x_1x_4 = a - 8$.

5p b) Határozd meg az $a \in \mathbb{R}$ értékét úgy, hogy teljesüljön az $x_1 + x_4 = x_2 + x_3$ egyenlőség!

5p c) Határozd meg az $a, b \in \mathbb{R}$ számokat úgy, hogy x_1, x_2, x_3, x_4 számtani haladványt alkossanak!