

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} a & a+1 & a+2 \\ b & b+1 & b+2 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ mátrix $a, b \in \mathbb{R}$.

5p a) Igazold, hogy $\det(A) = (a-b)(a-1)$.

5p b) Számítsd ki a $\det(A - A^t)$ értéket!

5p c) Igazold, hogy $\text{rang } A \geq 2$, $\forall a, b \in \mathbb{R}$ esetén!

2. Adott az $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = X^3 + pX^2 + qX + r$, $p, q, r \in (0, \infty)$ polinom, amelynek gyökei $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

5p a) Igazold, hogy az f polinomnak nincs gyöke a $[0, \infty)$ intervallumban!

5p b) Számítsd ki az $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$ összeg értékét p , q és r függvényében!

5p c) Ha a, b, c három olyan valós szám, amelyekre $a + b + c < 0$, $ab + bc + ca > 0$ és $abc < 0$, igazold, hogy $a, b, c \in (-\infty, 0)$.