

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $A = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  mátrix és a  $C(A) = \left\{ X = \begin{pmatrix} a & 5b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{C} \right\}$  halmaz.

5p a) Igazold, hogy  $\forall X \in C(A)$  esetén teljesül az  $XA = AX$  egyenlőség!

5p b) Ha  $Y \in C(A)$  és  $Y^2 = O_2$ , igazold, hogy  $Y = O_2$ .

5p c) Ha  $Z \in C(A)$ ,  $Z \neq O_2$  és a  $Z$  mátrix minden eleme racionális szám, igazold, hogy  $\det(Z) \neq 0$ .

2. Adott az  $a \in \mathbb{Z}_3$  és az  $f = X^3 + \hat{2}X^2 + a \in \mathbb{Z}_3[X]$  polinom.

5p a) Számítsd ki az  $f(\hat{0}) + f(\hat{1}) + f(\hat{2})$  összeget!

5p b)  $a = \hat{2}$  esetén határozd meg az  $f$  polinom  $\mathbb{Z}_3$  halmazbeli gyökeit!

5p c) Határozd meg azon  $a \in \mathbb{Z}_3$  értéket, amelyre az  $f$  polinom irreducibilis  $\mathbb{Z}_3[X]$ -ben!