

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f : (-2, 2) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln \frac{2+x}{2-x}$ függvény.

5p a) Határozd meg az f függvény grafikus képének aszimptotáit!

5p b) Tanulmányozd az f függvény monotonitását!

5p c) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} x f\left(\frac{1}{x}\right)$ határértéket!

2. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(t) = \int_1^2 \left(\frac{t}{x} - e^x\right)^2 dx$ függvény,

valamint az $A = \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$ és $B = \int_1^2 \frac{e^x}{x} dx$ számok.

5p a) Igazold, hogy $f(t) = At^2 - 2Bt + \frac{e^4 - e^2}{2}$, $\forall t \in \mathbb{R}$ esetén!

5p b) Igazold, hogy $f(2B - t) = f(2B + t)$, $\forall t \in \mathbb{R}$ esetén!

5p c) Bizonyítsd be, hogy: $\left(\int_1^2 \frac{e^x}{x} dx\right)^2 \leq \left(\int_1^2 e^{2x} dx\right) \left(\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx\right)$.