

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adottak az  $A(0, 6)$ ,  $B(1, 4)$ ,  $C(-1, 8)$  pontok és az  $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & a \\ 6 & 4 & 8 & b \end{pmatrix}$  mátrix,  $a, b \in \mathbb{R}$ .

5p a) Igazold, hogy az  $A$ ,  $B$ ,  $C$  pontok kollineárisak!

5p b) Határozd meg az  $M$  mátrix rangját, ha  $a = 3$  és  $b = 0$ .

5p c) Ha zéróval egyenlő az egyik olyan harmadrendű aldetermináns, az  $M$  mátrix azon harmadrendű aldeterminánsai közül, amelyek tartalmazzák a mátrix utolsó oszlopát, igazold, hogy  $\text{rang}(M) = 2$ .

2. A  $\mathbb{Z}$  halmazon értelmezzük az  $x * y = 5xy + 6x + 6y + 6$  műveletet.

5p a) Igazold, hogy a “\*” művelet asszociatív!

5p b) Határozd meg a  $\mathbb{Z}$  halmaznak a “\*” műveletre vonatkozó szimmetrizálható elemeit!

5p c) Oldd meg az  $\underbrace{x * x * x * \dots * x}_{2009 \text{ darab } x} = -1$  egyenletet!