

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

- II. FELADAT (30p)**
- 1.** Adottak az $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok és a $C(A) = \left\{ X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid XA = AX \right\}$ halmaz.
- 5p** a) Igazold, hogy $B \in C(A)$.
- 5p** b) Ha $X \in C(A)$, igazold, hogy léteznek $x, y \in \mathbb{R}$ számok úgy, hogy $X = \begin{pmatrix} x & 0 \\ y & x \end{pmatrix}$.
- 5p** c) Oldd meg az $X + X^2 = A$ egyenletet!
- 2.** Adott a $G = (-1, 1)$ halmaz, az $f: G \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ függvény és az
- $$(x, y) \rightarrow x * y \text{ megfeleltetés, ahol } x * y = \frac{x+y}{1+xy}, \forall x, y \in G.$$
- 5p** a) Igazold, hogy ez a megfeleltetés egy belső művelet a G halmazon!
- 5p** b) Igazold, hogy $f(x * y) = f(x)f(y)$, $\forall x, y \in G$ esetén!
- 5p** c) Ha a "*" művelet asszociatív, számítsd ki az $\frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \dots * \frac{1}{9}$ értéket!