

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $m \in \mathbb{R}$  és az  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & m & -1 \\ 3m+4 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  mátrix.

**5p** a) Számítsd ki a  $\det(A)$  értékét!

**5p** b) Határozd meg az  $m \in \mathbb{R}$  számot úgy, hogy az  $A$  mátrix invertálható legyen!

**5p** c) Határozd meg  $m \in \mathbb{R}$  számot úgy, hogy teljesüljön az  $A^{-1} = A^*$  egyenlőség!

2. Adottak a  $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$  test és az  $f, g \in \mathbb{Z}_3$ ,  $f = X^3 - X$ ,  $g = X^3 + \hat{2}X + \hat{2}$  polinomok.

**5p** a) Határozd meg a  $f$  polinom gyökeit a  $\mathbb{Z}_3$  halmazban!

**5p** b) Igazold, hogy a  $g$  polinom irreducibilis a  $\mathbb{Z}_3[X]$ -ben!

**5p** c) Határozd meg az összes olyan  $h \in \mathbb{Z}_3[X]$  harmadfokú polinomot, amelyre teljesül a  $h(x) = g(x)$  egyenlőség bármely  $x \in \mathbb{Z}_3$  esetén!