

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - \frac{x^3}{6} - \sin x$  függvény.

5p a) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  határértéket!

5p b) Számítsd ki az  $f$  függvény másodrendű deriváltját!

5p c) Igazold, hogy  $f(x) \leq 0$ ,  $\forall x \geq 0$  esetén!

2. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1+x}{1+x^2}$  függvény.

a) Igazold, hogy az  $f$  függvénynek egy primitív függvénye

5p az  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = \arctg x + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$  függvény!

5p b) Számítsd ki az  $\int_0^1 f(x) dx$  értékét!

5p c) Ha  $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{n+k}{n^2+k^2}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ , igazold, hogy az  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  sorozat konvergens!