

**III. TÉTEL (30p)**

1. Adott az  $f : (-2, 2) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln \frac{2+x}{2-x}$  függvény.

5p

a) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képének aszimptotáit!

5p

b) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képének inflexiós pontjait!

5p

c) Ha  $a$  egy valós szám, számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^a f\left(\frac{1}{x}\right)$  határértéket!

2. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{-x^3 + 2x^2 - 5x + 8}{x^2 + 4}$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$  függvény.

5p

a) Számítsd ki az  $\int_0^1 f(x) dx$  értékét!

5p

b) Számítsd ki az  $\int_1^4 (x + f(x) - 2)^2 dx$  értékét!

5p

c) Feltételezve, hogy az  $f$  függvény bijektív, számítsd ki az  $\int_{\frac{4}{5}}^2 f^{-1}(x) dx$  értékét!