

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott a $G = \left\{ X = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R}, a > 0 \right\}$ halmaz.

5p a) Ha $A, B \in G$, igazold, hogy $AB \in G$.

5p b) Határozz meg két olyan $C, D \in G$ mátrixot, amelyre $CD \neq DC$.

5p c) Ha $A \in G$, igazold, hogy $I_2 - A + A^2 \in G$.

2. Adottak az $a, b, c \in \mathbb{Q}$ számok és az $f = X^3 + aX^2 + bX + c$ polinom.

5p a) Határozd meg a, b, c értékeit úgy, hogy az f gyökei $x_1 = x_2 = 1$ és $x_3 = -2$ legyenek!

5p b) Ha az f egyik gyöke a $\sqrt{2}$ szám, igazold, hogy az f polinomnak van egy racionális gyöke is!

5p c) Ha $a, b, c \in \mathbb{Z}$ és az $f(0)$ illetve az $f(1)$ értékei páratlan számok, igazold, hogy az f polinomnak nincsenek egész gyökei!