

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az \mathbb{R}^3 halmazban az
$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ x + y + az = a \end{cases}$$
 egyenletrendszer, $a \in \mathbb{R}$.

5p a) Igazold, hogy a rendszer determinánsának értéke $(a+2)(a-1)^2$.

5p b) Oldd meg a rendszert abban az esetben, ha az kompatibilis és határozott!

5p c) Oldd meg a rendszert $a = -2$ esetén!

2. Adott a $G \subset \mathcal{M}_2(\mathbb{Q})$, $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & 10b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Q}, a^2 - 10b^2 = 1 \right\}$ mátrixhalmaz.

5p a) Igazold, hogy $A = \begin{pmatrix} 19 & 60 \\ 6 & 19 \end{pmatrix} \in G$.

5p b) Igazold, hogy $X \cdot Y \in G$, bármely $X, Y \in G$ esetén!

5p c) Igazold, hogy a G halmaz végtelen sok elemet tartalmaz!