

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adottak a $K = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}(\mathbb{R})$, $L = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ mátrixok és az $A = LK$ mátrix.

5p a) Számítsd ki az A mátrix elemeinek összegét!

5p b) Igazold, hogy $A^2 = 32A$.

5p c) Igazold, hogy az A^n mátrix rangja 1, bármely $n \in \mathbb{N}^*$ esetén!

2. Az \mathbb{R} halmazon adott az $x * y = axy - x - y + 6$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$ művelet, ahol a egy valós állandó.

5p a) Ha $a = \frac{1}{3}$, igazold, hogy a „ $*$ ” művelet asszociatív!

5p b) Igazold, hogy a „ $*$ ” műveletnek akkor és csakis akkor van semleges eleme, ha $a = \frac{1}{3}$.

5p c) Ha a „ $*$ ” belső művelet a $[0, 6]$ intervallumon, igazold, hogy $a \in \left[\frac{1}{6}, \frac{1}{3} \right]$.