

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

1. A  $p, q, r \in \mathbb{C}$  számok esetén adott az 
$$\begin{cases} x + py + p^2z = p^3 \\ x + qy + q^2z = q^3 \\ x + ry + r^2z = r^3 \end{cases}$$
 egyenletrendszer.

**5p** a) Igazold, hogy a rendszer determinánsának értéke  $\Delta = (p - q)(q - r)(r - p)$ .

**5p** b) Ha a  $p, q, r$  számok páronként különbözőek, oldd meg a rendszert!

**5p** c) Ha a  $(-1, 1, 1)$  számhármás megoldása a rendszernek, igazold, hogy a  $p, q, r$  számok közül legalább kettő egyenlő!

2. Adott az  $(A, +, \cdot)$  gyűrű, ahol  $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z}_5 \right\}$ .

**5p** a) Határozd meg az  $A$  halmaz elemeinek számát!

**5p** b) Oldd meg az  $X^2 = I_2$  egyenletet az  $A$  halmazon!

**5p** c) Igazold, hogy az  $(A, +, \cdot)$  struktúra nem test!