

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

- 5p** 1. Adottak a  $P = \{S \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid S^t = S\}$  és a  $Q = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A^t = -A\}$  halmazok.
- 5p** a) Igazold, hogy  $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \in P$  és  $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \in Q$ .
- 5p** b) Ha  $A, B \in Q$ , igazold, hogy  $AB \in P$ .
- 5p** c) Igazold, hogy  $\det(X) \geq 0$ , bármely  $X \in Q$  mátrix esetén!
2. Adottak az  $f = X^3 + 2X^2 + 3X + 45 \in \mathbb{Z}[X]$  és  $\hat{f} = X^3 + X + \hat{1} \in \mathbb{Z}_2[X]$  polinomok.
- 5p** a) Igazold, hogy az  $f$  polinom gyökei nem mind valósak!
- 5p** b) Igazold, hogy az  $\hat{f}$  polinomnak nincs gyöke a  $\mathbb{Z}_2$  halmazban!
- 5p** c) Igazold, hogy az  $f$  polinom nem írható fel két nem állandó, egész együtthatós polinom szorzataként!