

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adott az 
$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ x + (m^2 - m - 1)y + (m + 1)z = 2 \\ 2x + (m^2 - m - 2)y + 2(m + 1)z = 3 \end{cases}$$
 lineáris egyenletrendszer,  $m \in \mathbb{R}$ .

**5p** a) Igazold, hogy a rendszernek, akkor és csak akkor van egyetlen megoldása, ha  $m \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$ .

**5p** b) Igazold, hogy  $m \in \{0, 1\}$  esetén a rendszer inkompatibilis!

**5p** c) Ha  $(x_0, y_0, z_0) \in \mathbb{R}^3$  a rendszer megoldása, igazold, hogy  $x_0 - y_0 + 2009 \cdot z_0 = 1$

2. Adottak a  $H = \{a^2 \mid a \in \mathbb{Z}_7\}$  és a  $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z}_7, a \neq \hat{0} \text{ vagy } b \neq \hat{0} \right\}$  halmazok.

**5p** a) Határozd meg a  $H$  halmaz elemeit!

**5p** b) Legyen  $x, y \in H$  úgy, hogy  $x + y = \hat{0}$ . Igazold, hogy  $x = y = \hat{0}$ .

**5p** c) Igazold, hogy a  $G$  halmaz a mátrixok szorzásával kommutatív csoportot alkot!