

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adottak az $a, b, c \in \mathbb{R}^*$ számok és az $A = \begin{pmatrix} a & a-b & a-b \\ 0 & b & b-c \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$ mátrix.

5p a) Igazold, hogy az A mátrix invertálható!

5p b) Igazold, hogy bármely $n \in \mathbb{N}^*$ esetén $A^n = \begin{pmatrix} a^n & a^n - b^n & a^n - b^n \\ 0 & b^n & b^n - c^n \\ 0 & 0 & c^n \end{pmatrix}$.

5p c) Számítsd ki az A^{-1} mátrixot!

2. Legyen $f \in \mathbb{R}[X]$ egy olyan polinom, amelyre $f(X^2 + 3X + 1) = f^2(X) + 3f(X) + 1$ és $f(0) = 0$.

5p a) Számítsd ki az $f(-1)$ értéket!

5p b) Határozd meg az f polinomnak az $X - 5$ polinommal való osztási maradékát!

5p c) Igazold, hogy $f = X$.