

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $a > 0$ valós szám és az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - ax$ függvény.

5p a) Határozd meg az f függvény grafikus képének ferde aszimptotáját a $-\infty$ -ben!

5p b) Határozd meg az f függvény helyi szélsőérték-pontjait!

5p c) Ha $f(x) \geq 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ esetén, határozd meg az $a \in (0, \infty)$ értékét!

2. Adott az $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ függvény.

5p a) Igazold, hogy az $F : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = 2\sqrt{x}(\ln x - 2)$ függvény az f egy primitív függvénye!

5p b) Igazold, hogy az f bármely G primitív függvénye növekvő az $[1, \infty)$ intervallumon!

5p c) Számítsd ki az f függvény grafikus képe, az Ox tengely, valamint az $x = \frac{1}{e}$ és $x = e$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét!