

**III. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \arcsin\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$  függvény.

- 5p** a) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  határértéket!
- 5p** b) Határozd meg az  $f$  függvény deriválhatósági tartományát!
- 5p** c) Igazold, hogy az  $f$  függvénynek két szélsőérték-pontja van!

2. Adott az  $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$  függvény

és az  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ ,  $a_n = \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n \sqrt{n^2 - k^2}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$  sorozat.

- 5p** a) Számítsd ki az  $\int_0^1 x f(x) dx$  értékét!
- 5p** b) Számítsd ki az  $f$  függvény grafikus képének  $Ox$  tengely körüli forgatásával származtatott forgástest térfogatát!
- 5p** c) Igazold, hogy az  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  sorozat konvergens!