

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f : [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{4-3x^2}{x^3}$ függvény.

- 5p** a) Igazold, hogy az f függvény grafikus képének van aszimptotája a $+\infty$ -ben!
5p b) Határozd meg az f függvény értékeinek halmazát!
5p c) Határozd meg a $g : [2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \arccos f(x)$ függvény deriválhatósági tartományát!

2. Adottak az $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2+1}}$ és

$F : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \ln \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$ függvények.

- 5p** a) Igazold, hogy az f függvénynek az F egy primitív függvénye!
5p b) Számítsd ki az f függvény grafikus képének az Ox tengely körüli forgatásával származtatott forgástest térfogatát!
5p c) Számítsd ki az F függvény grafikus képe, az Ox tengely, valamint az $x=1$ és $x=2$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét!