

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + x$ függvény.

5p a) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{f(x+1)}$ határértéket!

5p b) Igazold, hogy az f függvény invertálható!

5p c) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f^{-1}(x)}{\sqrt[3]{x}}$ határértéket!

2. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 \sin x$ függvény és legyen F az f függvény egy primitív függvénye.

5p a) Számítsd ki az $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$ értékét!

5p b) Határozd meg a $c \in (1, 3)$ értéket úgy, hogy $\int_1^3 \frac{f(x)}{\sin x} dx = 2c^2$ legyen!

5p c) Igazold, hogy az F függvénynek nincs határértéke $+\infty$ -ben!