

**Ministerul Educatiei, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $f : (1; \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln(\ln x)$  függvény.

5p a) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képehez az  $x = e$  abszcisszájú pontban húzott érintő egyenletét!

5p b) Igazold, hogy  $f$  konkáv függvény!

5p c) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x+1) - f(x)}{f'(x)}$  határértéket!

2. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x}$  függvény.

5p a) Számítsd ki  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$  értékét!

5p b) Igazold, hogy az  $f$  bármely primitív függvénye szigorúan növekvő a  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  intervallumon!

5p c) Számítsd ki az  $\int_0^{2\pi} xf(x) dx$  értékét!