

Ministerul Educatiei, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + x^3 - x^2 + x$ függvény.

5p a) Igazold, hogy az f szigorúan növekvő függvény!

5p b) Igazold, hogy az f függvény invertálható!

5p c) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f^{-1}(x)}{\ln x}$ határértéket!

2. Adott az $(I_n)_{n \geq 1}$, $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2 + 3x + 2} dx$ sorozat.

5p a) Számítsd ki I_1 értékét!

5p b) Igazold, hogy $I_{n+2} + 3I_{n+1} + 2I_n = \frac{1}{n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ esetén!

5p c) Számítsd ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n$ határértéket!