

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
Soluție

1. $(1 + \sqrt{2})^2 + (1 - \sqrt{2})^2 = 1 + 2\sqrt{2} + 2 + 1 - 2\sqrt{2} + 2 = 6 \in \mathbb{N}$.
2. Cerința este echivalentă cu $x^2 - 4x + 3 \geq -1$, adică $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2 \geq 0$ (A) pentru oricare x real.
3. Împărțim prima ecuație prin 2 și notăm $S = x + y = 8, P = xy = 12$, deci x, y sunt soluții ale ecuației $t^2 - St + P = 0$, adică $t^2 - 8t + 12 = 0 \Rightarrow t_1 = 2, t_2 = 6$, deci sistemul are soluțiile (2,6) și (6,2).
4. Împărțim ecuația prin $(n - 2)!$; se obține $n(n - 1) = 12 = 3 \cdot 4$, deci singura soluție este $n = 4$.
5. $\overrightarrow{OA} = \vec{i} - \vec{j}; \overrightarrow{OB} = 3\vec{i} + 5\vec{j}, \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 4\vec{i} + 4\vec{j}$, deci $C(4, 4)$.
6. Utilizăm teorema cosinusului pentru unghiul A: $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{4 + 16 - 9}{16} = \frac{11}{16}$.