

Soluție

1. a) Efectuând înmulțirea $A^2 = A \cdot A = A$ se deduce egalitatea $A^3 = A$.
b) Se utilizează egalitatea
$$X(a) \cdot X(b) = (I_2 + aA)(I_2 + bA) = I_2 + aA + bA + abA^2 = I_2 + (a + b + ab)A.$$

c) Avem $X(1) + X(2) + X(3) + \dots + X(2009) = I_2 + A + I_2 + 2A + \dots + I_2 + 2009A$, de unde se obține
$$X(1) + X(2) + \dots + X(2009) = 2009I_2 + 1005 \cdot 2009A.$$
2. a) Se obțin soluțiile $x_1 = \hat{1}$ și $x_2 = \hat{4}$.
b) Se obține $d = \hat{0}$.
c) Soluțiile sistemului sunt perechile ordonate $(\hat{1}, \hat{2}), (\hat{3}, \hat{4}), (\hat{5}, \hat{0})$.