Soluție

1. **a)** $A+2I_2=O_2 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a+2 & b \\ c & d+2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow a=-2,\ b=0,\ c=0,\ d=-2$.

b) $B=A-A^t=\begin{pmatrix} 0 & b-c \\ c-b & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det B=(c-b)^2$.

c) $A+A^t=2I_2 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2a & b+c \\ b+c & 2d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow a=d=1,\ b=-c$. $\det\left(A-A^t\right)=4b^2 \vdots 4$.

2. **a)** $e=5$.

b) $x\circ x\circ x=(x-4)^3+4;\ (x-4)^3+4=x \Leftrightarrow (x-4)(x-5)(x-3)=0$, adică $x\in\{3,4,5\}$.

c) Luăm, de exemplu, $a-4=\frac{2}{3}$ și $b-4=\frac{3}{2} \Rightarrow a\circ b=1+4=5\in\mathbb{N}$.