

Soluție

1. a) Valoarea determinantului este $D(9) = 96$.
- b) Se rezolvă ecuația $2a^2 - 8a + 6 = 0$ și se obțin soluțiile $a_1 = 1$ și $a_2 = 3$.
- c) Avem $D(3^x) = 0 \Leftrightarrow 2(3^x - 1)(3^x - 3) = 0$ de unde se obțin soluțiile $x_1 = 0$ și $x_2 = 1$.
2. a) Avem $2 * 3 = 2 \Leftrightarrow k^2 - 4k + 4 = 0$, deci $k = 2$.
- b) Pentru $k = 2$ avem $M = [2, \infty)$ și $x * y = xy - 2(x + y) + 6$. Avem de rezolvat ecuația $x^2 - 4x = 0$, cu $x \in [2, \infty)$. Ecuația are soluțiile $x_1 = 0$ și $x_2 = 4$, dar cum $x \in [2, \infty)$, rezultă că ecuația are o singură soluție în $M = [2, \infty)$, adică $x = 4$.
- c) Avem de demonstrat inegalitatea $xy - k(x + y) + k^2 + k \geq k$, pentru orice $x, y \in M$. Inegalitatea se scrie în forma $(x - k)(y - k) \geq 0$, care este adevărată pentru orice $x, y \in M$.