

Soluție

1. a) Se obține rezultatul $A^2 + A = \begin{pmatrix} 30 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.
- b) Avem de rezolvat ecuația $2 \cdot 5^n - 125 = 5^n$. Se obține soluția $n = 3$.
- c) Se obține $B = \begin{pmatrix} 5 + 5^2 + \dots + 5^{2009} & 0 \\ 0 & \underbrace{1+1+\dots+1}_{\text{de } 2009 \text{ ori}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \cdot \frac{5^{2009} - 1}{4} & 0 \\ 0 & 2009 \end{pmatrix}$ și $B^t = B$.
2. a) Din condițiile $f(0) = 0$ și $f(1) = 0$ se obțin valorile $m = -1$ și $n = 0$.
- b) Avem $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^2 - 2(x_1x_2 + \dots + x_3x_4) = 2$ și folosind relațiile lui Viete se obține valoarea $m = -1$.
- c) Avem $f = X^4 + X^2 + 1 = (X^2 + 1)^2 - X^2 = (X^2 - X + 1)(X^2 + X + 1)$ factori care sunt ireductibili pentru că au $\Delta < 0$.