

Soluție

1. a) Pentru valorile $a = 1; b = 0 \Rightarrow a^2 - 3b^2 = 1 \Rightarrow I_2 \in G$, iar pentru valorile $a = b = 0 \Rightarrow a^2 - 3b^2 \neq 1 \Rightarrow O_2 \notin G$
b) Se verifică egalitatea prin calcul.
c) Folosind egalitatea $A \cdot A^{-1} = I_2$, se obține $A^{-1} = \begin{pmatrix} a & -b \\ -3b & a \end{pmatrix} \in G$, oricare ar fi matricea $A \in G$.
2. a) Din condiția $f(1) = 0$ se obține $m = -9$.
b) $f(\sqrt{2}) = 2m\sqrt{2} + 22 + 7\sqrt{2} + m \in \mathbb{Q} \Rightarrow \sqrt{2}(2m + 7) + m + 22 \in \mathbb{Q} \Rightarrow m = -\frac{7}{2}$.
c) Se folosesc relațiile între soluțiile și coeficienții ecuației $f(x) = 0$ și se obține rezultatul $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = \frac{247}{81}$.