

Soluții

1. a) $AB = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

b) $XY = \begin{pmatrix} 1 & x_1 + x_2 & z_1 + z_2 + x_1 y_2 \\ 0 & 1 & y_1 + y_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; XY \in \mathcal{M},$ deoarece are elementele din \mathbb{Z} și forma matricelor

din M .

c) $U = \begin{pmatrix} 1 & m & p \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; VU = \begin{pmatrix} 1 & a+m & c+p+an \\ 0 & 1 & b+n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, UV = \begin{pmatrix} 1 & a+m & c+p+an \\ 0 & 1 & b+n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$

$$VU = UV \Leftrightarrow an = bm, \forall a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 0, n = 0, p \in \mathbb{Z}, p \in \mathbb{Z}.$$

2. a) $f = (X^2 - 2X + 1)^2 = (X - 1)^4; x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 1.$

b) Se efectuează înmulțirile sau se descompune cu formula diferenței de pătrate.

c) $\Delta_1 = -4a, \Delta_2 = 4a; \Delta_1 \geq 0 \Leftrightarrow a \leq 0, \Delta_2 \geq 0 \Leftrightarrow a \geq 0.$ Deci $a = 0.$