Soluții

1. **a)** $I_2^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $f(I_2) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

b) $(A+B)^t = \begin{pmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} a+e & c+g \\ b+f & d+h \end{pmatrix}$; $A^t + B^t = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e & g \\ f & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+e & c+g \\ b+f & d+h \end{pmatrix}$.

c) $A + A^t = O_2 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2a & b+c \\ b+c & 2d \end{pmatrix} = O_2 \Leftrightarrow a = d = 0, b+c = 0$; $A = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $b \in \mathbb{R}$.

$\det A = ad - bc = 1 \Rightarrow b^2 = 1 \Rightarrow b = \pm 1$, deci $A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ și $A_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

2. a) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = a$, $a = 5$.

b) $x^4 - x^3 - x + 1 = 0 \Leftrightarrow x^3(x-1) - (x-1) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2(x^2 + x + 1) = 0$.

Deci soluțiile reale sunt: $x_1 = x_2 = 1$.

c) Soluțiile întregi sunt printre divizorii termenului liber, adică ± 1.

Pentru $x = 1$, $a = 1$; pentru $x = -1$, $a = -1$.