

Soluții

1. a) Se obține $\det(H(a)) = a$.

$$\text{b) } H(a) \cdot H(b) = \begin{pmatrix} 1 & \ln ab & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & ab \end{pmatrix} = H(a \cdot b), \quad \forall a, b > 0.$$

$$\text{c) } H(1) + H(2) + H(3) + \dots + H(2009) = \begin{pmatrix} 2009 & \ln 2009! & 0 \\ 0 & 2009 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2009 \cdot 2010}{2} \end{pmatrix}$$

Calculul determinantului $\Delta = 2009^3 \cdot 1005$.

2. a) $x \circ y = xy - 2(x + y) + 6 = xy - 2x - 2y + 6 = (x - 2)(y - 2) + 2$.

b) Pentru $x, y \in G \Rightarrow (x - 2)(y - 2) > 0 \Rightarrow x \circ y > 2$. Deci $x \circ y \in G$.

c) Se determină e . Obținem $xe - 2x - 2e + 6 = x \Rightarrow e = 3$.

Obținem $xx' - 2x - 2x' + 6 = 3 \Rightarrow x' = \frac{2x - 3}{x - 2} = 2 + \frac{1}{x - 2} > 2, \quad \forall x \in G$.