

**Soluții**

1. a)  $A^2 = A \Rightarrow A + A^2 = 2A$ .

b)  $\det(X + A) = \begin{vmatrix} x+4 & -6 \\ 2 & x-3 \end{vmatrix} = x^2 + x$ . Se obține  $x_1 = -2$ ,  $x_2 = 1$ .

Atunci  $X = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$  sau  $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

c) Partea stângă se mai scrie  $A + 2A + 3A + \dots + nA = (1 + 2 + 3 + \dots + n)A = \frac{n(n+1)}{2}A$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

2. a) Avem  $f(2) = 0$ . Obținem  $m = -\frac{13}{2}$ .

b)  $x_i$ , cu  $i \in \{1, 2, 3\}$  sunt rădăcini ale polinomului  $f$ . Înlocuim și obținem  $x_i^3 + x_i^2 + mx_i + 3 = 0$ .

Adunăm cele trei relații și obținem  $S_3 + S_2 + mS_1 + 3 = 0$ .

c) Rădăcinile raționale se găsesc printre divizorii termenului liber. Deci 1 și  $-1$  sunt posibilele rădăcini raționale. Înlocuim în polinomul  $f$  și obținem  $m = 1$  sau  $m = -3$ , deci pentru  $m$  număr par  $f$  nu are rădăcini raționale.