

Soluții

1. a) Se obține $a=1, b=\frac{1}{3}$.
- b) $A^2 = 3I_2 \Rightarrow B = I_2$. Deci $A \cdot B = A$.
- c) Fie $X \in C(A)$, $X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$ atunci din $X \cdot A = A \cdot X$ obținem: $x=t, y=3z$.
- Notăm $x=a \in \mathbb{R}, z=b \in \mathbb{R} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} a & 3b \\ b & a \end{pmatrix}$.
2. a) $x * x = \frac{2x}{1+x^2} = \frac{4}{5} \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0$, cu soluțiile $x_1 = 2 \notin G$ și $x_2 = \frac{1}{2} \in G$.
- b) Se verifică ușor prin calcul direct.
- c) Pentru orice $x, y \in (-1, 1) \Rightarrow 1 + xy > 0$. Se demonstrează dubla inegalitate:
- $$-1 < \frac{x+y}{1+xy} < 1 \Rightarrow x * y \in G.$$