

Soluții

1. a) $I_2 = I_2 + 0 \cdot A = X(0) \in G$.

b) Pentru $a, b \in \mathbb{R}$ avem $X(a) \cdot X(b) = (I_2 + aA)(I_2 + bA) = I_2 + aA + bA + abA^2$.

Observăm că $A^2 = 5A \Rightarrow$ concluzia.

c) Folosim relația de la punctul b) și comutativitatea înmulțirii în mulțimea G pentru a arăta că

$$X(a) \cdot X\left(\frac{-a}{1+5a}\right) = X(0) = I_2.$$

2. a) $f(\hat{1}) = \hat{2}, g(\hat{0}) = \hat{0} \Rightarrow f(\hat{1}) \cdot g(\hat{0}) = \hat{0}$.

b) Înlocuim g și folosim proprietățile adunării și înmulțirii în \mathbb{Z}_5 .

c) Înlocuim, pe rând, în polinomul f , necunoscuta X cu toate elementele din mulțimea \mathbb{Z}_5 .

Obținem $f(\hat{4}) = \hat{0} \Rightarrow x = \hat{0}$ este singura rădăcină a polinomului f .