

Soluții

1. a) Pentru $a = -1$ avem $\det A = -9 \neq 0$ deci sistemul omogen are soluția unică $x = y = 0$.
- b) $A^2 - (a+1)A + (a-8)I_2 = \begin{pmatrix} a^2+8 & 2a+2 \\ 4a+4 & 9 \end{pmatrix} - (a+1)A + (a-8)I_2 = O_2$.
- c) Se obține $a = -1$.
2. a) $x \circ (y \circ z) = (x \circ y) \circ z = x + y + z + 22, \forall x, y, z \in \mathbb{Z}$.
- b) Ecuația se scrie echivalent $6x + 55 = 1 \Leftrightarrow x = -9$.
- c) Asociativitatea a fost demonstrată la punctul a), elementul neutru al legii este $e = -11 \in \mathbb{Z}$, $\forall x \in \mathbb{Z}, \exists x' \in \mathbb{Z}, x' = -x - 22 \in \mathbb{Z}$, iar legea este comutativă. În concluzie (\mathbb{Z}, \circ) este grup comutativ.