

Soluții

1. a) $A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$

b) $A^2 = \begin{pmatrix} 3a^2 & a^2 & a^2 \\ a^2 & a^2 & a^2 \\ a^2 & a^2 & a^2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det A^2 = 0.$

c) Presupunem $A^2 = I_3$. Obținem $a^2 = 0, 3a^2 = 1$ și $a^2 = 1$. Contradicție.

2. a) $x * 2 = 2, 3 \circ x = 3$. Atunci $(x * 2) - (3 \circ x) = -1, \forall x \in \mathbb{R}$

b) Se determină $e_1 = 3, e_2 = 4$. Avem $e_1 * e_2 = 4$ și $e_1 \circ e_2 = 3 \Rightarrow (e_1 * e_2) + (e_1 \circ e_2) = 7$.

c) $f(x * y) = axy - 2ax - 2ay + 6a + 1$ și $f(x) \circ f(y) = a^2xy - 2ax - 2ay + 7 \Rightarrow a = 1$.