

Soluție

1. a. Fie $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} c & d \\ d & c \end{pmatrix}$ atunci $A + B = \begin{pmatrix} a+c & b+d \\ b+d & a+c \end{pmatrix} \in G$.

b. $C^2 = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 34 & 30 \\ 30 & 34 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{și } 10C - 16I_2 = \begin{pmatrix} 34 & 30 \\ 30 & 34 \end{pmatrix}$.

c. Condiția din enunț se mai scrie $x^2 - y^2 = 2009 \Leftrightarrow x^2 - y^2 = 41 \cdot 49$.

Rezolvând sistemul $\begin{cases} x+y=49 \\ x-y=41 \end{cases}, \begin{cases} x=45 \\ y=4 \end{cases} \Rightarrow D = \begin{pmatrix} 45 & 4 \\ 4 & 45 \end{pmatrix}$.

2.a. Avem $f(0) = a_0 \Leftrightarrow f(0) = 1^{2009} - (-1)^{2009} = 1 + 1 = 2$

b. $f(1) + f(-1) = 2^{2009} - (-2)^{2009} = 2 \cdot 2^{2009}$ nr. par.

c. $f(X) = (X+1)^{2009} - (X-1)^{2009} = 0 \Leftrightarrow (X+1)^{2009} = (X-1)^{2009} \Leftrightarrow X+1 = X-1 \Rightarrow 1 = -1$, fals.

Deci numărul rădăcinilor reale este 0.