Rezolvare

1.a. Calculând avem $D(1,1,0)=\begin{vmatrix}1&0&1\\1&1&0\\1&1&0\end{vmatrix}=1-1=0..$

b. Avem $D(a,a,x)=\begin{vmatrix}1&x&a^2\\1&a&ax\\1&a&ax\end{vmatrix}=0$ linia 2 egală cu linia 3 .

c. Aplicând proprietațile determinanților,scăzând linia întâi din liniile doi și trei obținem

$$\begin{vmatrix}1&x&ab\\1&a&bx\\1&b&ax\end{vmatrix}\Leftrightarrow\begin{vmatrix}1&x&ab\\0&a-x&b(x-a)\\0&b-x&a(x-b)\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow(a-x)(b-x)\begin{vmatrix}1&-b\\1&-a\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow(a-x)(b-x)(b-a)=0\Leftrightarrow$$

$x_1=a,x_2=b$ pentru $a\neq b.$

2.a Ecuația $f(x)=g(x)\Leftrightarrow f(x)-g(x)=0\Leftrightarrow x^3-x^2=0\Leftrightarrow x^3-x^2=0\Leftrightarrow x_1=x_2=0$ și $x_3=1$ de unde rezultă $S=\{0,1\}$.

b. $x^3-3x+a=0, se$ formeaza sistemul: $\begin{cases}x_1+x_2+x_3=0\\x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=-3\\x_1x_2x_3=-a\\x_1=x_2>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_3=-2x_1\\-3x_1^2=-3\\2x_1^3=a\end{cases}$

cu soluțiile: $x_1=1,x_2=1,x_3=-2$ și $a=2$.

c. $e^{f(x)}=g\left(\frac{-3-\sqrt{5}}{2}\right)\Leftrightarrow e^{f(x)}=1\Leftrightarrow e^{f(x)}=1\Leftrightarrow f(x)=0\Leftrightarrow(x-1)^2(x+2)=0\Leftrightarrow x=-2$ sau $x=1.$