

Soluție

1.a. $\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & a & 2 \\ 1 & 2a-1 & 3 \\ 1 & a & a-3 \end{vmatrix} = (2a-1)(a-3) + 3a + 2a - 2(2a-1) - 3a - a(a-3) = a^2 - 6a + 5.$

b. $\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & a & 2 \\ 1 & 2a-1 & 3 \\ 1 & a & a-3 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow a^2 - 6a + 5 = 0 \Leftrightarrow a = 1 \text{ sau } a = 5.$

c. Pentru $a = 0$ sistemul devine $\begin{cases} x + 2z = 1 \\ x - y + 3z = 1 \\ x - 3z = 1 \end{cases}$ și rezolvând sistemul $\begin{cases} x + 2z = 1 \\ x - 3z = 1 \end{cases}$ obținem $z = 0$ și

soluția $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}.$

2.a. Legea se mai scrie $x * y = xy - 6x - 6y + 36 + 6 = x(y - 6) - 6(y - 6) + 6 =$
 $= x(y - 6) - 6(y - 6) + 6 = (x - 6)(y - 6) + 6.$

b. $x * x * x * x = x \Leftrightarrow (x - 6)(x - 6)(x - 6)(x - 6) + 6 = x \Leftrightarrow (x - 6)[(x - 6)^3 - 1] = 0 \Rightarrow x = 6, x = 7.$

c. Deoarece $x * 6 = (x - 6)(6 - 6) + 6 = 6$ și $6 * y = 6 \Rightarrow$

$\Rightarrow 1 * 2 * 3 \dots * 6 * \dots * 2009 = (1 * 2 * \dots * 5) * 6 * (7 * 8 * \dots * 2009) = x * 6 * y = 6 * y = 6.$