

**Soluție**

**1.a.**  $A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -I_2 \Rightarrow A \in G.$

**b.**  $\left[ \frac{1}{2}(X + I_2) \right]^2 = \frac{1}{4}(X + I_2)(X + I_2) = \frac{1}{4}X^2 + XI_2 + I_2X + I_2^2 = \frac{1}{4}(-I_2 + X + X + I_2) = \frac{1}{2}X.$

**c.** Din  $A \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z & t \\ -x & -y \end{pmatrix}$  și  $X \cdot A = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y & x \\ -t & z \end{pmatrix}$  rezultă că  $X$  este de forma  $X = \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$ , unde  $x, y \in \mathbb{R}.$

**2.a.**  $f(1) + f(-1) = 1^2 + a + b + c + 1 - a - b + c + 1$  și înlocuind pe  $c = 501$  avem

$f(1) + f(-1) = 2 + 2c = 2 + 2 \cdot 501 = 1004.$

**b.** Pentru  $a = -2, b = 2, c = -1$  avem

$x^4 - 2x^3 + 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)(x^2 + 1) - 2x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)(x^2 - 2x + 1) = 0 \Leftrightarrow$

$(x - 1)(x + 1)(x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^3(x + 1) = 0$  Deci rădăcinile polinomului sunt  $x_1 = x_2 = x_3 = 1$  și  $x_4 = -1.$

**c.** Sistemul format de ecuațiile: 
$$\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(1) = 0 \\ f(-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ a + b + c + 1 = 0 \\ -a - b + c + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ a + b = -1 \\ a + b = 1 \end{cases}$$
 imposibil.