

Soluție

1. a) $X^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; X^3 = I_3.$

b) $I_3 + X + X^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ care are determinantul egal cu 0.

c) $I_3^{-1} = I_3 \in G$, iar X și X^2 au produsul la stânga și la dreapta I_3 , deci sunt inverse una celeilalte.

2. a) $2 + \sqrt{3} = 2 + 1 \cdot \sqrt{3} \in G.$

b) $\frac{1}{x} = \frac{1}{a + b\sqrt{3}} = \frac{a - b\sqrt{3}}{a^2 - 3b^2} = a - b\sqrt{3} = a + (-b)\sqrt{3}$ și $a^2 - 3(-b)^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{x} \in G.$

c) $xy = (ac + 3bd) + (ad - bc)\sqrt{3}$ și

$(ac + 3bd)^2 - 3(ad - bc)^2 = c^2(a^2 - 3b^2) - 3d^2(a^2 - 3b^2) = c^2 - 3d^2 = 1 \Rightarrow xy \in G.$