

Soluție

1. a. $A \cdot B = O_3$.

b. $(A+B)^2 = A^2 + AB + BA + B^2 = A^2 + B^2$ deoarece $AB = BA = O_3$.

$(A-B)^2 = A^2 - AB - BA + B^2 = A^2 + B^2$ deoarece $AB = BA = O_3$ deci $(A+B)^2 = (A-B)^2 = A^2 + B^2$.

c. $A-B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow (A-B)^2 = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix} \Rightarrow$ inversa ei este $\begin{pmatrix} \frac{1}{9} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{9} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{9} \end{pmatrix}$.

2. a. $x * y = 3x(y+1) + 3(y+1) - 1 = (y+1)(3x+3) - 1 = 3(x+1)(y+1) - 1$.

b. $(x^2 - 2) * 5 = -1 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = -1$.

c. Din $\begin{cases} x * (-1) = -1 \\ (-1) * y = -1 \end{cases}$ avem $\alpha * (-1) * \beta = -1 \Rightarrow (-2009) * (-2008) * \dots * (-1) * 0 * 1 * \dots * 2008 * 2009 = -1$.