

Rezolvare

1.a. $f'(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}.$

b. $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0, x = -2.$ Tabel de variație

$\Rightarrow f$ crescătoare pe $(-\infty, -2], [0, +\infty)$ și f descrescătoare pe $[-2, -1), (-1, 0].$

c. $f(-2) = -4.$ Din tabelul de variație $\Rightarrow f(x) \leq -4, \forall x < -1.$

2.a. Limita la stânga, respectiv la dreapta a funcției f în $x_0 = 0$ este egală cu 1; $f(0) = 1$, deci f este continuă pe $\mathbb{R} \Rightarrow f$ admite primitive pe $\mathbb{R}.$

b. $\int_{-1}^0 (x^3 + xe^x) dx = \frac{2}{e} - \frac{5}{4}.$

c. $V = \pi \int_0^1 g^2(x) dx = \pi \int_0^1 (\sqrt{x} + 1)^2 dx = \frac{17\pi}{6}.$