Rezolvare

1.a. Din $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x) = f(1) = 0 \Rightarrow f$ continuă în $x_0 = 1$.

b. $f'(x) = \begin{cases} 2x-1, & x>1 \\ -2x+1, & x<1 \end{cases}$, $f'(0) = 1,\ f'(2) = 3 \Rightarrow f'(0) + f'(2) = 4$.

c. Pentru $x \in (-\infty;1)$ avem $f'(x) = -2x+1$ și $f''(x) < 0$, deci *f* este concavă pe $(-\infty;1)$.

2.a. $g'(x) = \dfrac{e^{2x}+1}{e^x} = f(x),\ \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow g$ este primitivă a funcției *f*.

b. $\int_0^1 f(x)g(x)dx = \int_0^1 g(x)\cdot g'(x)dx = \left.\dfrac{g^2(x)}{2}\right|_0^1 = \dfrac{1}{2}\left(e - \dfrac{1}{e}\right)^2$.

c. $\int_0^1 f'(x)\cdot g'(x)dx = \int_0^1 g(x)\cdot f(x)dx$ pentru că $f'(x) = g(x)$ și $g'(x) = f(x),\ \forall x \in \mathbb{R}$.