

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare

1.a. $f'(x) = 1 - \frac{2}{x}$.

b. $f''(x) = \frac{2}{x^2} \geq 0, \forall x > 0 \Rightarrow f$ convexă pe $(0; +\infty)$.

c. Din tabelul de variație al funcției $\Rightarrow x = 2$ punct de minim și $f(x) \geq f(2), \forall x > 0 \Rightarrow f(x) \geq \ln \frac{e^2}{4}$.

2.a. $\int f_1(x) dx = \int (x^2 + x + 1) dx = \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x \right) + C$.

b. $\int_0^1 e^x f_0(x) dx = \int_0^1 e^x (x + 1) dx = xe^x \Big|_0^1 = e$.

c. $\int_0^1 f_m(x) dx = \int_0^1 \left(m^2 x^2 + (m^2 - m + 1)x + 1 \right) dx = \frac{5m^2 - 3m + 9}{6}$, deci $\frac{5m^2 - 3m + 9}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow m \in \left\{ \frac{3}{5} \right\}$, pentru că $m \in \mathbb{R}^*$.