

**Rezolvare**

1. a.  $f'(x) = \left(\frac{\ln x}{x^2}\right)' = \frac{1 - 2 \ln x}{x^3}.$

b.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x}}{2x} = 0.$

c. Din  $f'(x) = 0 \Rightarrow x = \sqrt{e}$  punct de maxim și  $f$  descrescătoare pe  $[\sqrt{e}, \infty)$ . Din  $f(\sqrt{e}) = \frac{1}{2e} \Rightarrow$  relația cerută.

2.a.  $\int_1^e x \left( f(x) + \frac{1}{(x+1)^2} \right) dx = \int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_1^e = 1.$

b.  $F$  primitiva funcției  $f \Rightarrow F'(x) = f(x)$  și  $F'(x) = \frac{2x+1}{x^2(x+1)^2} > 0, \forall x > 0 \Rightarrow F$  funcție crescătoare pe  $(0, +\infty)$ .

c.  $\int_1^2 f(x) f'(x) dx = \frac{f^2(x)}{2} \Big|_1^2 = -\frac{22}{81}.$