

**Rezolvare**

**1.a.**  $f'(x) = \frac{e^x(x+1)}{(x+2)^2}.$

**b.**  $f'(x) > 0, \forall x \in [0;1] \Rightarrow f$  funcție crescătoare.

**c.**  $f$  crescătoare pe  $[0,1]$ . Cum  $f(0) = \frac{1}{2}$  și  $f(1) = \frac{e}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} \leq f(x) \leq \frac{e}{3} \Rightarrow$  concluzia.

**2.a.**  $F(x) = \int_0^x f(t)dt = \int_0^x e^{-t} dt = -e^{-t} \Big|_0^x = -e^{-x} + 1 = -f(x) + 1$

**b.**  $h''(x) = (F - f)''(x) = f'(x) - f''(x)$  și  $f''(x) = e^{-x}, (F - f)''(x) = -2e^{-x}$  negativă  $\Rightarrow h$  concavă pe  $\mathbb{R}$ .

**c.**  $\int_0^1 x \cdot f(x^2) dx = \int_0^1 x e^{-x^2} dx = -\frac{1}{2} e^{-x} \Big|_0^1 = \frac{e-1}{2e}.$