**Rezolvare**

**1.a.** $f'(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$ .

**b.** $m=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}=1$; $n=\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-x)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+x+2-x^2+x}{x-1}=2\Rightarrow\ y=x+2$ ecuația asimptotei .

**c.** Din tabelul de variație se obține $f(x)\le -1,\ \forall x<1$ şi $f(x)\ge 7,\ \forall x>1$. Deci $f(2009)-f\left(\dfrac{1}{2009}\right)\ge 8$ .

**2.a.** $\int\limits_{-1}^{1} f(x)dx=\left(\dfrac{3^x}{\ln 3}-\dfrac{3^{-x}}{\ln 3}\right)\Bigg|_{-1}^{1}=\dfrac{16}{3\ln 3}$ .

**b.** $V=\pi\int\limits_0^1 g^2(x)dx=\pi\int\limits_0^1 3^{-2x}dx=\pi\dfrac{3^{-2x}}{-2\ln 3}\Bigg|_0^1=\dfrac{4\pi}{9\ln 3}$ .

**c.** $F''(x)=3^x\ln 3-3^{-x}\ln 3=(3^x-3^{-x})\ln 3$ . $F''(x)\ge 0,\ \forall x\ge 0$ şi $F''(x)\le 0,\ \forall x\le 0$ . Deci, $F$ concavă pe $(-\infty,0]$ şi $F$ convexă pe $[0,\infty)$ .