

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**  
**Soluție**

**1.a)**  $f'(x) = e^x - 1$ , pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .

**b)**  $f'(x) = 0 \Rightarrow e^x = 1 \Rightarrow x = 0$ . Din tabelul de variație rezultă că  $f$  este descrescătoare pe  $(-\infty; 0]$  și crescătoare pe  $[0; +\infty)$ .

**c)** Din tabelul de variație obținem că  $O(0, 0)$  este punct de minim al funcției  $f \Rightarrow f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow e^x \geq x + 1, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow e^{x^2} \geq x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow e^{x^2} + e^x \geq x^2 + x + 2.$$

**2.a)** Funcția  $g$  este derivabilă pe  $(0, +\infty)$  și  $g'(x) = (x \cdot \ln x)' = 1 + \ln x = f(x), \forall x > 0$ . Funcția  $g$  este o primitivă a funcției  $f$ .

**b)** Avem  $\int_1^e f(x) \cdot g(x) dx \stackrel{\text{cf. a)}}{=} \int_1^e g'(x) \cdot g(x) dx = \left. \frac{g^2(x)}{2} \right|_1^e = \frac{e^2}{2}.$

**c)**  $g(x) \geq 0, \forall x \in [1; e] \Rightarrow \text{Aria}(\Gamma_g) = \int_1^e x \ln x dx = \frac{e^2 + 1}{4}.$

.